

MATH1110H-B-lab-2023-11-7-F02

November 21, 2023

```
[1]: # MATH 1110H-B Lab F02 2023-11-07
#
# In this lab, we introduce the sum command, which allows us to
# compute finite and infinite sums. We need to declare a suitable
# variable, in this case n. Note that discrete (i.e. integer)
# tend to be chosen from the middle of the alphabet (more or less
# i to n, and sometimes p and q, especially for prime numbers).
#
var("n")
#
# The following command adds up 1/n^2 for all n from 1 to 6000:
#
sum(1/n^2,n,1,6000)
#
# Note that SageMath delivers the answer as a giant fraction...
```

```
[1]: 11612481223561087170381201529877255567215352884802108591715783975129143644488691
98607670585578661573885376630991137959783853444078183168979405316384481934795051
06264257536196562722505058112258317884509101134741072200749922074191066519311669
64781613284263721737641837291364046786781104835285672277278697518002397175998429
58824517865336219021658117115256728443179951609521401148226252537764477606270203
10649073163043703702273346016245257289808353889471154359518482587655090899748074
78904220956159949550557006655130816383130157930123830519225631008892221132349248
02406429903330450527966501564177475610554662198007366759789121513905935442400418
44194300483727638798124504531712841020279098279181545850647909191957945187295702
88363126741444040359594801008907049489840481097477814963784057127389219485350615
22884101654063074753921957721406509356720493649902971684534564290997998331144394
27711736374684389948000692354877813335464826748101753965795767797215137811683555
95432699014396887630996345516190906943679528679995738531909299563742587186920569
36899509877598092977086219073130662396896919584169362842676208480316198385351353
29024426359874683595930088845967575493927573881931754635917911090550106937943141
77532321484022456736993715167708163784504108537881710368562112696965301953515634
28250516856632312335812792724851183656387095443727802139596021862174059940298855
61520421299358888498907637295566434660140292712800476444984043592820029534603192
39027200244336968924852902680059934415054398565770713313804745847954213641609966
56466473540928716944619129116335689576490129951145502112946244115550030280807594
43150827607341697325453307745500519100688724897161193900514740353189411071284663
```

33276747416304043416781839315224400869940398713714867862187287174245925773459135
34650159444175156613370862197420982315224554827506478553059879658928950363695989
25268719899606989435174431938831742853199681764776691605302211879096406963432725
21548719075551469337844286166109340160501856126751207428359990092935768024084223
42381131071544523954416018705221018507040181548060690372168299122456151016689488
64975484454520479509383253325923179016185699839101948185081554421806075628771181
93646623710321785298041883430199975526067019363364384809000069519626831116912210
84349188681818649804720700770813578473629152167296092562439777800281713171744606
69562691774267341615804564468383916965463994687846806291564483197963979208659691
09553922020236433808106572443122708749427501302407902005070002535039198174866528
36553349439659496903262795151229371443942296942822002021330725846178678849176200
15954654731980686353441148611985133818716949176641553341181864194564499306765551
28652228974792578468261287145868296129984649810027378355712468817283131062879814
78003394501588085602041633061734520259882659896709912104923141640398794278281750
63660750331378189245552910415811364345864715475329564315563749688947801317817668
31428556294936927607846747638261528713004870708940722139061054959951729532504986
47993786786820011928439393498881637850139747179310642001039782978262574365733265
92278582891891164816392581363992257684076239833328936298134098749262700172542985
30224626993306406625612983329853317501433058430160768552297172471971000979472437
83547657240447909487300620924497993919617174121482205039906037074105398580135252
27068248287947017975912752004157804811341857608784488172399649695705477931906438
31352755008699169467435308552353811486869098097775825905061039812347344916315324
17072796205463249868135077325627822612296530524613037123155706167051387741573580
10489223766061069975751692744956986854336493663779141496450519909503672304083117
56151797728964515953646249852292653853495620604616845386664624197126680469902859
0651786253019633480180077981265130672198872858657433165048544663333896689616609
43285160202819996461627402676369531786280415474833035908281180569620990483441946
39897729111039794760324314607989082534425324006927864135729760328942520998110725
50739537322191713002968972010675153138396567325784628108141212055672180486865741
38583032452728079493257405139366949159330082379968276570225807345657648648462333
68792167044727751835892434819762279894183254203264917318708167067584012309318138
94411657674307836421692664785128125353502862652256500244222986147568352677374753
86434401047934702419877205391648871457129393873695521297559820078244029711223895
92189076410459601970526777216119573586689573737283694675887996778855539226138842
14971834725971834829038691956176107913854036824984462969508178456441358113890104
87103671053678138468854115116123634605145257061741928786912908182003807891415695
25251220963080214286755597940880347091586347656809469754279147592985169586769567
01950264896189424577398933908927846051142527799042090758960362823615107838437685
06020421563432320730351230969436021189481147164321450396616399225479730386044758
55632448201444000488142716258594125819159841273412346734661162748351910109703340
48496902556969328516389224731846182270831737430192112477688147339898806074019274
95582265893920237137911271295508955721983392699566801663524171156773036498413225
01325270571258600391417549104096459586993645545832221142638499850162822628224141
97715366849900476417624814906202670763760962752225167028985519495223003057394340
3/706025734959578256787459336874328793488393005693448856083490023470568025958369
17241840139767596249538598977582165232022796529004680859043695705340255646361014
02741861487792381593327538407783733932765085306050307298057230318734255299734313

98872453389842436520179666331690007042921997617786212052938799865097817634317449
53810148355767003119956286578434570963899297778729760054776928753545045693923302
23133720237801892217584310830039389590561736464170689362789165079380063288603261
02758671701096692209105075882176201711298661284209047594567774800917755414015834
88900665980784677860694113945588061798922086521269084808189304277002394217818005
17480651535770495079864564104987493020803924463169477080936412781030477068747825
98105326735104423223792360020213913850489189876491038451469314470594986205588495
31470639504815188003129259276859364267273152987085838189810540564329520082355571
96442299041831995654387426803516763462182606564596049063151889019737213329000926
36709240699233689314729865238777871282409719688501837753212617747228074362964843
43422787249125425903462174205508649292117378203426676097961572055958243241276062
55847144350497676238344476732659933188181569006734601787090297565059717553642558
48649353710913918162644101504383356641685241780007419149737541792038414479547055
87927314365476169312095745744663330784321782471907010518599010226086317684297905
68144245947831865438943141384565870696275648512117786443973159604633811791917527
17817267493624271501412374347868958751726158768349903707534039106925514420170564
53304224930687326213426623761303969018996427672548996137871754213742088097670161
25382178186961124913612260898339625073397506081993674123725256265718304268432493
36864940009775464048791735230201657534596569302846331123974424370711205172387591
60799360551456792832032625358873323941694893224868288477502237350285732872148788
11916244966458493718697664952134182807305333074919171469578561780287373584000892
06890250095523456980886012002833180422672242298800258830675003376222983367255521
23854315058778705192609647202778712671932522397697195982814844669500286993611327
19404527628750336977550886468667378035837133881221530202839973302647512413155109
19463818408485121071924611043120813301412285987402979089331661408042000750920507
64640769171298711604921698712090393033826556568755170164141699493296545514420714
22526402829456992207698311167672819635649980377921666650181010491049239941102087
20983214172132279178599650868414265811970489415876887480792187885839986427030276
21466779061996224805110642495192523633829249312886386653380060959382904003933689
19023194440257721767122195846889038751446282039934295757863757545821019658411858
56291965777576380310299701502995509630952840261753648577916642513805567288389567
59946917258835110967479495827092158601412793263942345758380597817065813329554537
60046600743168182815247214282689562819451766218759300682502850993096009971917899
66548024334633871481373394175657998472218999006505000802439466141176064965624648
55466662081090292568628089538822881037234750364358063234156942643055165989875017
02103813942912674003620497071657771060403717070265458478637103967717397832015925
86883479956328153140436960447258526370277516142236976804909345242787466364871694
55149820947041875858781530437912774507552665722924003383025655347179599484579582
61456506728536571821692873676713607561954988053938378094289848438646841479708969
14113015151945649661930194941562213274045675152112180545633534099967220507611148
55810754233181995272409446055509489567458238167809046350613928535255888306073118
7744149638146664695109198476382776691572989491987939207888712722239962234401042
12294572870944936062499964748008739058062908190162031626698322196460639996346530
63099303199367863517173096421926653667395375645326187224482265274113698203906711
70315164862724790575052733046098790588022225112425050919628928644276768297026656
52978905480652936125254625918412338413554851195246865536061506228912536289642305
98975627685306078777987287516076924567613807691933927029719515185447363168715907

```
58586635528805515977244499912381751958949428751903382932218326448873825349376875
61460128502271215718658976867267616592457158018101539927332752931688184088381273
04729749934656128900659240970870965753412357210644950759754123675916502962500616
43831461170692311648304200204311566872597954868134879655000238456582342646248239
20512183403381004237839735837244260646075078077802910606219867530139460119657412
19502392191412776712492082294498821352514876205422370514456085353814871174063694
90739146871688788316900697861793810760270157745851784356234466267340108416382617
67029141642718608537352143837183360273732711370712077601622369043411069096112098
71515443520363440247054974967927317666304530165589349975998434572164312108329266
84419556218347620709916812202980865155662539347946587066860374782028826900415974
09958339106306887150257055037801336687350589499513210112824521146700023858578270
91409945206261691321815964707815871104485337496200216072431123239656428367484878
33883263010746526645296415292419123834967971979184441495218826027247377006220948
75770907159585369058981374408979919548478290701267317566938407750847017565325471
1776618894013373119474254184303908359553673429071199613124302325052702720000000
00
```

```
[2]: # ... though one could use the N command to get a decimal approximation.
#
N(sum(1/n^2,n,1,6000))
```

[2]: 1.64476741406968

```
[3]: # One can also use the sum command to add up infinitely many terms:
#
sum(1/n^2,n,1,oo)
```

[3]: $1/6 \cdot \pi^2$

```
[4]: # One can also define functions of a discrete variable, in this case
# using the sum command, and take their limits. The limit as n goes to
# infinity of the function defined below should be the same as the sum
# given above, but SageMath punts on the computation in this case.
#
s = function('s')(n)
var('k')
s(n) = sum(1/k^2,k,1,n)
limit(s(n),n=oo)
```

[4]: `limit(harmonic_number(n, 2), n, +Infinity)`

[]: